

Олимпиада школьников
«Звезда — Таланты на службе обороны и безопасности»
по математике
Отборочный тур
2014–2015

9 класс

1. В купе железнодорожного вагона один напротив другого стоят два дивана, на каждом из которых по четыре места. Из восьми пассажиров трое желают сидеть лицом в направлении движения поезда, а двое — спиной. Сколькими способами могут разместиться пассажиры, с учётом их пожеланий?

2. Решите уравнение $(x^2 - 2x + 3)^2 = x^3 + 9$.

3. В квадрате $ABCD$ проведены отрезки CE и CF , где E — середина AB , F — середина AD . Докажите, что CE и CF делят отрезок BD на три равные части.

4. Найдите площадь фигуры, задаваемой на координатной плоскости Oxy неравенством $|x| + |y| + |x + y| \leq 2$.

5. Найдите наименьшее натуральное число n , при котором число $n(n + 1)(n + 2)(n + 3)$ делится на 2000.

Максимальная оценка за каждую задачу 20 баллов.

Олимпиада школьников
«Звезда — Таланты на службе обороны и безопасности»
по математике
Отборочный тур
2014–2015

10 класс

1. Трое пенсионеров в парке на лавочке играют в шахматы, причём игрок, проигравший очередную партию, уступает место игроку, не участвовавшему в ней. В итоге оказалось, что первый игрок сыграл 6 партий, а второй — 13. Сколько партий сыграл третий игрок? (Считать, что вничью партии не заканчиваются).

2. Найдите сумму

$$(2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 100^2) - (1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 99^2).$$

3. Найдите $f(3)$, если известно, что для любого x имеет место равенство

$$f\left(\frac{x+1}{2x-1}\right) = \frac{x+3}{x-1}.$$

4. Решите неравенство $|x^4 - x| + |x^3 - x^2| \leq |x^4 - x^3 + x^2 - x|$.

5. В треугольнике ABC биссектрисы AD и BE пересекаются в точке O . Найдите площадь четырехугольника $DOEC$, если площадь треугольника ABC равна 105, а $AC : AB : BC = 4 : 3 : 2$.

Максимальная оценка за каждую задачу 20 баллов.

Олимпиада школьников
«Звезда — Таланты на службе обороны и безопасности»
по математике
Отборочный тур
2014–2015

11 класс

1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^4 - y^4 = 15; \\ x^3y - y^3x = 6. \end{cases}$$

2. Вычислите сумму

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}.$$

3. Решите уравнение

$$\frac{\cos 2x - \cos x + 1}{\sqrt{2 \sin x} - \sqrt{3}} = 0.$$

4. Пусть m — количество трёхзначных чисел, у которых средняя цифра меньше крайних, а n — количество трёхзначных чисел, у которых средняя цифра больше крайних. Чему равна разность $m - n$?

5. В куб с ребром 2 вписан шар. Через три вершины куба, имеющие общую смежную вершину, проведена плоскость. Найдите площадь сечения шара этой плоскостью.

Максимальная оценка за каждую задачу 20 баллов.